

淡江大學八十八學年度碩士班招生考試試題

系別：資訊管理學系

科目：離散數學

本試題共 2 頁

本試題雙面印製

***** 依序作答 *****

符號說明:

2^X 表示 X 的 power set, 即 $2^X = \{ E \mid E \subseteq X \}$

$X \times Y$ 表示 product set, 即 $X \times Y = \{ (a,b) \mid a \in X, b \in Y \}$

\mathbf{R} 代表實數集合.

\mathbf{Z}^+ 代表正整數集合, 即 $\mathbf{Z}^+ = \{ 1, 2, 3, \dots \}$.

1. (a) 以列舉表示法描述 $(\{1,2\} \times \{3,4\}) \times \{5,6\}$.
 (b) 令 $A = \{1,2,3\}, B = 2^A$, 寫出 B
 (c) 接上述, 令 $C = 2^B$, 問 C 中內含多少個元素? (15%)

2. 令 $f: \mathbf{R} \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ 定義為 $f(x,y) = x - 2y$.
 令 $g_x: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ 定義為 $g_x(y) = f(3x,y)$.
 令 $h_y: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ 定義為 $h_y(x) = f(x,5y)$.
 問 $h_3(z) = ?$, $g_4(h_3(z)) = ?$, $h_w(g_4(h_3(z))) = ?$ (w 為任意的已知數) (10%)

3. (a) 寫出一對一函數的定義(儘量形式化).
 (b) 接上題, h_3 是不是一對一函數?
 若答案為是, 請加證明. 若答案為非, 請舉反例. (10%)

4. 本題寫出答案即可, 不必證明.
 令 $A = \mathbf{R}, B = \mathbf{R}, f: A \rightarrow B$ 定義為 $f(x) = x^2$.
 (a) 取 A 的子集合 A_1 (A_1 越大越好), 使 $f: A_1 \rightarrow B$ 為一對一函數.
 (b) 取 B 的子集合 B_1 (B_1 越大越好), 使 $f: A \rightarrow B_1$ 為映成函數. (10%)

5. 本題寫出答案即可, 不必證明.
 (a) 造一個一對一且映成的函數 $f: \mathbf{Z}^+ \rightarrow \{2,3,4,\dots\}$
 (b) 造一個一對一且映成的函數 $g: \{x \in \mathbf{R} \mid 0 \leq x < 1\} \rightarrow \{x \in \mathbf{R} \mid 0 < x < 1\}$
 (提示: 不一定要用一個數學式來定義函數) (10%)

*** 接下頁 ***

◀ 注意背面尚有試題 ▶

淡江大學八十八學年度碩士班招生考試試題

系別：資訊管理學系

科目：離散數學

本試題共 2 頁

試題雙面印製

6. 本題為是非題，不必證明，寫答案即可。
設 $A=\{1,2,3,4\}$. 考慮 A 上的 relation R, I, S 如下:
 $R=\{(1,2),(1,3),(1,4),(2,3),(2,4),(3,4)\}$,
 $I=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$,
 $S = R \cup I$.
- (a) R 是否為 reflexive relation?
 - (b) R 是否為 symmetric relation?
 - (c) R 是否為 anti-symmetric relation?
 - (d) R 是否為 transitive relation?
 - (e) S 是否為 reflexive relation?
 - (f) S 是否為 symmetric relation?
 - (g) S 是否為 anti-symmetric relation?
 - (h) S 是否為 transitive relation?
 - (i) I 是否為 reflexive relation?
 - (j) I 是否為 transitive relation? (20%)
7. 考慮集合 $A=\{ \text{岳飛}, \text{張飛}, \text{包公}, \text{花木蘭} \}$, 及 A 上的 relation R , $xRy \iff x$ 與 y 同性.
- (a) 證明 R 是 equivalence relation
 - (b) 寫出 quotient set A/R . (10%)
8. 以遞迴方式定義集合 M 及 K 如下:
[規則 1] 卡特的媽媽 $\in M$, 且 季辛吉的媽媽 $\in M$
[規則 2] 若 $x \in M$, 則 x 的媽媽 $\in M$
[規則 3] 卡特 $\in K$,
[規則 4] 若 $x \in K$, 則 x 的爸爸 $\in K$ 且 x 的媽媽 $\in K$
- (a) 解說 M 是什麼? (以文字解說即可)
 - (b) 解說 K 是什麼? (以文字解說即可)
 - (c) 是否有元素 z , 使得 $z \in K, z \notin M$, 且 z 不是男性?
若有則舉例, 若無則證明確實沒有. (15%)

*** 本試題共二頁 ***

◀ 注意背面尚有試題 ▶