

淡江大學九十學年度碩士班招生考試試題

系列：資訊管理學系

科目：離散數學導論

准帶項目請打「○」否則打「x」	
計算機	字典
X	X

本試題共 / 頁

**** 務必依序作答 ****

1. (a) 對函數 $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$, 寫出複合函數 $g \circ f: A \rightarrow C$ 的定義. (10%)
 (b) 若函數 $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$, 都是一對一函數, 證明 $g \circ f$ 也是一對一函數. (10%)

2. 對集合 A, B 及關係 $f \subseteq A \times B$. 問 f 滿足下列的哪些條件才成為函數? (複選) (10%)
 - (a) $\forall x \in A, \exists y \in B, (x, y) \in f$. (b) $\forall x \in A, \forall y \in B, (x, y) \in f$.
 - (c) $\forall y \in B, \exists x \in A, (x, y) \in f$. (d) $\exists x \in A, \exists y \in B, (x, y) \in f$.
 - (e) $\forall x \in A, \forall y_1, y_2 \in B$, 若 $(x, y_1) \in f$ 且 $(x, y_2) \in f$, 則 $y_1 = y_2$.
 - (f) $\forall x_1, x_2 \in A, \forall y \in B$, 若 $(x_1, y) \in f$ 且 $(x_2, y) \in f$, 則 $x_1 = x_2$.
 - (g) $\forall x \in A, \forall y_1, y_2 \in B$, 若 $y_1 \neq y_2$, 則 $(x, y_1) \notin f$ 或 $(x, y_2) \notin f$.
 - (h) $\forall x_1, x_2 \in A, \forall y \in B$, 若 $x_1 \neq x_2$, 則 $(x_1, y) \notin f$ 或 $(x_2, y) \notin f$.

3. 解說下列兩個邏輯敘述之間的邏輯關係. (10%)
 - (i) $\forall x, \exists y, p(x, y)$ (ii) $\exists y, \forall x, p(x, y)$

4. 對集合 A , 及 A 上的關係 $r \subseteq A \times A$, 及任意 $x \in A$,
 定義 $E(x, r) = \{ y \in A \mid (x, y) \in r \}$, 並定義 $A/r = \{ E(x, r) \mid x \in A \}$
 若 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, 而 $r = \{ (x, y) \mid 3 \text{ 整除 } x - y \}$
 - (a) 寫出 $E(1, r), E(2, r)$ (10%)
 - (b) 寫出化簡後的 A/r (5%)

5. 考慮 DFA (Deterministic finite automata) $D_1 = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, 其中
 $Q = \{a, b, c, d\}, \Sigma = \{0, 1\}, q_0 = a, F = \{b\}$. 而狀態移轉函數 δ 如下:

δ	0	1
a	d	b
b	c	d
c	d	b
d	d	d

 - (a) 試描述由 D_1 所決定的語言 (language). (10%)
 - (b) 由 D_1 造出另一台 DFA D_2 , 使
 $\forall s \in \Sigma^*, D_1 \text{ accept } s \iff D_2 \text{ reject } s$ (不必證明) (5%)

6. 設 $\Sigma^* = \{ s \mid s \text{ 為由符號 } 0, 1 \text{ 所構成的字串 (string) } \}$,
 證明 Σ^* 是可數集 (countable set). (10%)

7. 設函數 $f: A \rightarrow B$, 且 $B = \{ X \mid X \subseteq A \}$
 - (a) 寫出一個合於上述條件的集合 A 及函數 f (不必證明) (10%)
 - (b) 證明合於上述條件的函數 f 必定不是映成函數 (surjection). (10%)