

淡江大學九十一學年度碩士班招生考試試題

系列：資訊管理學系

科目：離散數學導論

准帶項目請打「○」否則打「x」	
計算機	字典
X	X

本試題共 / 頁

**** 務必依序作答

**** 本試題中 R 代表實數系. 冪集合 $2^S = \{ X \mid X \subseteq S \}$ 1. 設 $A = \{1\}, B = \{2,3\}$.(a) 寫出 $2^A \times B = ?$ [10%](b) 寫出 $2^{A \times B} = ?$ [10%]

(注意: 作答的符號必須正確, 逗點不可寫成句點)

2. (a) 若 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ 定義如 $f(x) = (x, x^2, x^3)$. 問 f 是不是一對一函數? (須證明或舉反例). [10%](b) 若 $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ 定義如 $g(x, y) = x + y$. 問 g 是不是一對一函數? (須證明或舉反例). [10%]3. 對集合 A 及關係 $r \subseteq A \times A$.(a) 用邏輯敘述寫出 r 為 transitive relation 的定義. [10%](b) 用邏輯敘述寫出 r 不為 transitive relation 的充份必要條件. (請儘量化簡) [10%]4. 對集合 A , A 上的關係 $r \subseteq A \times A$, 及任意 $x \in A$,定義 $E(x, r) = \{ y \in A \mid (x, y) \in r \}$, 並定義 $A/r = \{ E(x, r) \mid x \in A \}$ 若 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, 而 $r = \{ (x, y) \mid (x-3)(y-3) > 0 \} \cup \{ (3, 3) \}$ (a) 以窮盡法列出 r 中的所有元素 [5%](b) 證明 r 是 reflexive relation. [5%](c) 寫出 $E(1, r), E(2, r), E(3, r), E(4, r)$ [5%](d) 寫出化簡後的 A/r [5%]5. 設函數 $F: A \rightarrow 2^A$, 並定義 $C_F = \{ a \in A \mid a \notin F(a) \}$ (a) 對 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, 寫出一個對應域為 2^A 的函數 F , 並寫出 C_F . (不必證明) [5%](b) 對 $A = \mathbb{R}$ (實數系), 寫出一個對應域為 2^A 的函數 F , 並寫出 C_F .(不必證明, 並請儘可能不要使 $C_F = \emptyset$ 或 $C_F = A$) [5%](c) 對任意的 A 和對應域為 2^A 的函數 F , 證明: $\forall t \in A, F(t) \neq C_F$ [5%]

(d) 觀察(a)(b)(c)三小題, 你是否有什麼心得? 請寫出來. [5%]