

淡江大學 95 學年度碩士班招生考試試題

135

系別：資訊管理學系

科目：離散數學導論

准帶項目請打「V」	
	簡單型計算機

本試題共 / 頁

\*\*\*\*\*

注意事項:

每題10分, 務必依序作答.

建議使用中文作答, 其中術語使用英文.

本試題中  $R$  代表實數系,  $Z$  代表整數集合,  $Z^+$  代表正整數集合.

\*\*\*\*\*

1. 設集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{S \mid S \subseteq A \text{ 且 } 1 \notin S \text{ 且 } 2 \in S\}$ , 以表列法明確寫出  $B$ .
2. 接上題, 設集合  $C = \{100, 200\}$ , 以表列法明確寫出積集合(product set)  $A \times C$ .
3. 設集合  $L = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 1\}$ , 函數  $f: L \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  定義如  $f(t) = (\cos(\pi t), \sin(\pi t))$ .  
明確寫出  $f$  的值域  $\text{Im}(f)$ , 並在  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  上畫出  $\text{Im}(f)$  的圖形.
4. 接上題, 定義函數  $g: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow L$ , 使複合函數  $g \circ f$  成爲  $L$  上的恆等函數.  
(本題不證明, 寫出  $g$  的定義就可以了)
5. 接上題, 證明  $g$  合乎要求. 也就是要證明:  $\forall x \in L, (g \circ f)(x) = x$
6. 接上題,  $f$  是不是一對一函數? 需證明或舉反例.
7. 設  $P = Z \times Z^+$ , 在  $P$  上定義關係(relation)如  $(a, b) \sim (c, d)$  iff  $ab = bc$   
證明  $\sim$  是個等價關係(equivalence relation).
8. 接上題, 寫出  $[(-2, 3)]$ , 也就是  $(-2, 3)$  的等價類(equivalence relation).
9. 接上題, 寫出商集合(quotient set)  $P/\sim$ .
10. 接上題, 定義函數  $f: (P/\sim) \times (P/\sim) \rightarrow (P/\sim)$  如  $f([(a, b)], [(c, d)]) = [(ad + bc, bd)]$ .  
證明  $f$  是 well-defined. 也就是要證明:  
$$([(a, b)], [(c, d)]) = ([a', b']), [(c', d')]) \Rightarrow [(ad + bc, bd)] = [(a'd' + b'c', b'd')]$$